

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2020/2021-es tanév

Haladók III. kategória 1. forduló

Feladatok

1. Határozzuk meg, hogy pontosan mely értékeket veheti fel az alábbi kifejezés?

$$[2a + 3b] - [a] - [b] - [a + 2b]$$

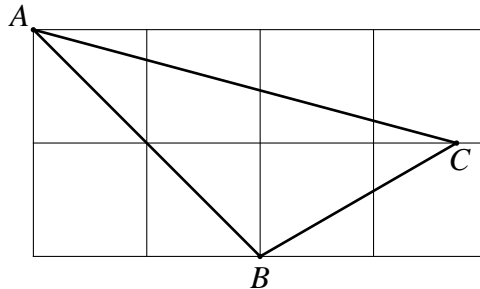
Az a és b tetszőleges valós számok, $[c]$ pedig a c egész részét jelöli.

7 pont

2. Határozzuk meg az összes olyan n pozitív egész számot, melyre egy $n \times n$ -es táblázat mezőit kitölthetők az 1, 2, -3 számokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok összege 0 legyen.

7 pont

3. Egy 45° -os szöggel rendelkező ABC háromszöget az ábra szerint lerajzoltunk egy négyzethálós lapra. Határozzuk meg a háromszög másik két szögét. (A és B rácspont.)



7 pont

4. Nevezük az n pozitív egész számot „prímben gazdag” számnak, ha a prímtényezői felbontásában szereplő prímelek mindegyikének négyzetével is osztható. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok „prímben gazdag” szomszédos számpár létezik.

7 pont

5. Egy kör érinti az M csúcsú derékszög szárait. A szög csúcsából induló e félegyenes a kört először az A , majd a B pontban metszi. A kör rövidebb \widehat{AB} íve a kör kerületének éppen a negyed része. Mekkora szöget zár be az e félegyenes a derékszög száraival?

7 pont