



Language: **Hungarian**

Day: **2**

2016. április 13., szerda

4. Feladat ω_1 és ω_2 két egyenlő sugarú kör, melyek két metszéspontja X_1 és X_2 . Legyen ω olyan kör, amely kívülről érinti ω_1 -et a T_1 pontban, és belülről érinti ω_2 -t a T_2 pontban. Igazoljuk, hogy az X_1T_1 és X_2T_2 egyenesek metszéspontja az ω körre esik.

5. Feladat Legyenek k és n egész számok, melyekre $k \geq 2$ és $k \leq n \leq 2k - 1$ teljesül. Az $n \times n$ -es sakktablára $1 \times k$ illetve $k \times 1$ méretű dominókat helyezhetünk egymás után, amelyek pontosan k mezőt foglalnak el, és nincsen köztük átfedés. Addig teszünk le így dominókat amíg már többet nem helyezhetünk le. Határozzuk meg k és n függvényében, hogy legalább mennyi dominó kerül így a sakktablára.

6. Feladat Legyen S azon n pozitív egész számok halmaza, amelyekre teljesül, hogy n^4 -nek van osztója az $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$ számok közül. Igazoljuk, hogy végtelen sok $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5$ és $7m + 6$ alakú eleme van S -nek, valamint hogy nincsen $7m + 3$ vagy $7m + 4$ alakú eleme, ahol m egész szám.