



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Hungarian

Day: 1

2021. április 11., vasárnap

1. Feladat 2021 egy *fantasztikus* szám. Ha egy pozitív egész m -re az $\{m, 2m + 1, 3m\}$ halmaz bármely eleme *fantasztikus*, akkor a halmaz összes eleme *fantasztikus*. Következik-e ebből, hogy 2021^{2021} *fantasztikus*?

2. Feladat Keressük meg az összes olyan $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ függvényt, amelyre

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

teljesül minden racionális x és y számra!

Itt \mathbb{Q} a racionális számok halmazát jelöli.

3. Feladat Legyen ABC egy háromszög, melynek az A csúcsánál tompaszöge van. Legyenek E és F rendre az A csúcsnál lévő külső szögfelező és az ABC háromszög B illetve C csúcsaiból induló magasságvonalak metszéspontjai. Legyenek M és N azon pontok rendre az EC és FB szakaszokon, melyekre $EMA \sphericalangle = BCA \sphericalangle$ és $ANF \sphericalangle = ABC \sphericalangle$. Bizonyítsd be, hogy az E , F , N , M pontok egy körön vannak!

Language: Hungarian

Megoldási idő: 4 óra 30 perc.

Minden feladat 7 pontot ér.

Ahhoz, hogy a verseny igazságos és mindenki számára élvezhető legyen, kérjük, hogy április 13. kedd (magyar idő szerint) 13:00-ig ne említsd meg, ne utalj a feladatokra az interneten, szociális hálókon!