



A 2005-2006. tanévi matematika OKTV I. kategória első (iskolai) fordulójának feladatai

1. feladat **10 pont**

Melyek azok az a, b, c egész számok, amelyekre teljesül az alábbi egyenlőség?

$$a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = a + b + c + a \cdot b \cdot c$$

2. feladat **10 pont**

Oldja meg a valós számok halmazán az

$$x^4 - 3 \cdot x^3 + 3 \cdot x + 1 = 0$$

egyenletet!

3. feladat **10 pont**

Az ABC háromszög BC, CA és AB oldalain vegyük fel rendre a D, E, F pontokat úgy, hogy teljesüljön a

$$\frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = \frac{AF}{FB} = \frac{1}{3}$$

egyenlőség!

jelölje az ABC háromszög területét k , a DEF háromszög területét k_1 ! Bizonyítsa be,

$$\text{hogy } k_1 < \frac{3}{4} k !$$

4. feladat **10 pont**

Legyen az ABC háromszögben az A csúcsból húzott magasságvonal és a BC oldal metszéspontja D, A B pontból induló belső szögfelező és az AC oldal metszéspontja E. Mekkora az EDC szög nagysága, ha $\angle AEB = 45^\circ$?

5. feladat **10 pont**

Legfeljebb hány háromszög teljesíti az alábbi feltételek mindegyikét:

- tompaszögűek,
- oldalaik hossza centiméterben mérve egész szám,
- oldalaik hossza centiméterben mérve egy növekvő számtani sorozat három egymást követő tagja,
- közülük semelyik kettő nem egybevágó?

Fejezze ki a háromszögek számát a számtani sorozat különbségével!

6. feladat **10 pont**

A valós számok halmazán értelmezett másodfokú $f(x)$ függvény minden x számra eleget tesz a

$$3 \cdot f(x) + f(2 - x) = x^2$$

egyenlőségnek.

Hány olyan, 2005-nél nem nagyobb x természetes szám van, amelyre igaz, hogy

$$f(x) > \frac{13}{4} ?$$