OKÉV
Országos Közoktatási
Értékelési és Vizsgaközpont

SZAKKÖZÉPISKOLA

A 2005-2006. tanévi matematika OKTV I. kategória második fordulójának feladatai

1. feladat

Oldja meg az $(x+y)+(x-y)+x\cdot y+\frac{x}{y}=363$ egyenletet, ha x és y egész számok!

10 pont

2. feladat

Az ABC háromszög súlyvonalai az S pontban metszik egymást. Bizonyítsa be, hogy az

$AB^2+BC^2+CA^2=3\cdot\left(SA^2+SB^2+SC^2\right)$ egyenlőség teljesül!

10 pont

3. feladat

Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőséget, ha p (pozitív) prímszám:

$$\log_{\frac{p}{p+6-p^2}}\left(\frac{x^2}{2}-5\cdot x+13\right)\geq 1$$

10 pont

4. feladat

Az ABC háromszög egyik oldalát két, a másik oldalát három, a harmadik oldalát négy egyenlő részre osztottuk. Az osztópontok rendre: az AB oldalon P, a BC oldalon Q_1 és Q_2, a CA oldalon R_1, R_2, R_3. Tekintsük az összes olyan háromszöget, amelynek mindhárom csúcsa különböző oldalon levő osztópont. Melyik háromszögnek legkisebb a területe?

10 pont

5. feladat

Egy kocka minden csúcsához írjuk oda az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számok valamelyikét úgy, hogy a testátlók végpontjaiba írt két-két szám összege ugyanannyi legyen. (A kocka csúcsainak minden egyes megjelölésénél mind a nyolc számot fel kell használnunk.) Hányféleképpen jelölhetjük meg az előbb ismertetett módon a kocka csúcsait, ha az elforgatással egymásba átvihető eseteket nem tekintjük különbözőnek?

10 pont