



Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2010/2011 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

1. forduló

1. Az x valós számra teljesül, hogy

$$16^{\sin^2 x} + 16^{\cos^2 x} = 10.$$

Határozza meg $\sin x$ értékét!

2. A valós számok halmazán egy új műveletet definiálunk. Bármely $a; b$ valós számpárra legyen

$$a \Delta b = 2a + 3b.$$

Milyen feltételeknek kell teljesülnie az $a; b; c$ valós számhármias tagjaira, ha fennáll, hogy

$$a \Delta (b \Delta c) = (a \Delta b) \Delta c ?$$

3. Egy derékszögű háromszög oldalhosszainak összege 84, az oldalak hosszának négyzetösszege 2738.

Határozza meg a beírt kör sugarának hosszát!

4. Mely pozitív p prímszámokra teljesül, hogy

$$360 \text{ osztója a } p^4 - 5p^2 + 4$$

kifejezésnek?

5. Határozza meg az a számjegyet úgy, hogy a tízes számrendszerbeli

$$N = \underbrace{999\dots9}_{100 \text{ db}} a \underbrace{000\dots0}_{100 \text{ db}} 9 \text{ alakú szám egy egész szám négyzete legyen!}$$

6. Igazolja, hogy ha valamely háromszög területe $\frac{1}{2}$ területegység, akkor kerülete 3 hosszúságegységnél nagyobb!

Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.