



Oktatási Hivatal

A 2016/2017. tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny

első forduló

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA (SZAKGIMNÁZIUM, SZAKKÖZÉPISKOLA)

FELADATOK

1. Egy húrtrapéz pontosan három oldalának hosszúsága egyenlő, a negyedik oldal hossza eltér a többitől. Tudjuk, hogy a kétféle oldalhossz összege 50 cm , a húrtrapéz területe 375 cm^2 . Mekkora a húrtrapéz oldalai?
2. Oldja meg a valós számpárok halmazán az
$$5x + 8 \cdot \sqrt{xy} + 5y = 113$$
$$(2 \cdot \sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + 2 \cdot \sqrt{y}) = 56$$
egyenletrendszert!
3. Egy labdarúgó csapat 11 játékosának magasságmérését végzi a csapat orvosa. Az első játékos magasságánál 1 cm -rel *kisebb* az első két játékos átlagmagassága, viszont az első két játékos átlagmagasságánál 1 cm -rel *nagyobb* az első három játékos átlagmagassága. Az első három játékos átlagmagasságánál 1 cm -rel *kisebb* az első négy játékos átlagmagassága, és így tovább. Mekkora a legmagasabb játékos magassága, ha a legalacsonyabb játékos éppen 174 cm -es?
4. Az $ABCD$ paralelogrammában $AB = 28$ egység és $AD = 42$ egység. A D pontot a BC oldal E pontjával összekötő egyenes és az AB egyenes metszéspontja F . Tudjuk, hogy az $ABED$ négyszögbe kör írható, valamint azt, hogy a BFE és az EDC háromszögek beírt köreinek sugara megegyezik. Határozza meg a $DAB\hat{z}$ nagyságát!
5. Valaki 1-től indulva összeadta a pozitív egész számokat és eredményül 2016-ot kapott. Utólag rájött, hogy az összeadás során tévedett. Az egyik számban felcserélte az egyesek és a tízesek helyén álló két különböző számjegyet, amelyek közül pontosan az egyik prímszám, és az így kapott számmal végezte az összeadást. Meddig adta össze a számokat és melyik számot rontotta el?
6. Bizonyítsa be, hogy ha α, β, γ egy háromszög szögei, akkor

$$\sqrt{1 - \cos 2\alpha} + \sqrt{1 - \cos 2\beta} > \sqrt{1 - \cos 2\gamma}!$$

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.