



**A 2019/2020. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
második forduló**

**MATEMATIKA I. KATEGÓRIA**

(szakgimnázium, szakközépiskola)

**FELADATLAP**

1. Aladár összeadta a pozitív egész számokat 1-től  $n$ -ig, és eredményül 2020-at kapott. Ezután rájött, hogy a számolása hibás, mert az összeadásnál valamelyik számot kihagyta. Meddig adta össze a számokat Aladár, és melyiket hagyta ki?
2. Számítsa ki a  $p$  és  $r$  valós paraméterek értékét, ha a  $px - 6y = 12$  egyenletű egyenes merőleges az  $5x + ry = 7$  egyenletű egyenesre, és a két egyenesnek az abszcisszatengellyel való metszéspontjai egységnyi hosszúságú szakaszt határoznak meg. A kapott paraméterek segítségével írja fel az egyenesek egyenletét.

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sqrt{x^2 + x - 6} - \sqrt{-x^2 + 7x - 10} = \sqrt{x^2 + 9x - 22}.$$

4. Zsuzsi egy szabályos dobókockával ötször dobott egymás után, majd a dobott számokat felírta egy papírlapra. Ezután a számok különbségeinek abszolútértékeit egy másik lapra írta. Ezen a lapon tehát 10 szám szerepel. Mennyi a valószínűsége, hogy a második papírlapra felírt számok között több páros szám van, mint páratlan?
5. Legyen az  $ABC$  hegyesszögű, nem egyenlő szárú háromszög súlypontja  $S$ . A  $C$  pontból az  $AB$  egyenesre bocsátott merőleges talppontja  $R$ , az  $A; B$  pontokból a  $CS$  egyenesre bocsátott merőlegesek talppontjai rendre  $P; Q$ .
  - a) Bizonyítsa be, hogy a  $PQR$  háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz.
  - b) Adja meg a  $PQ$  szakasz hosszának pontos értékét, ha  $BC = 65; CA = 45; AB = 50$ .

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.