



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2023/2024. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

**MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
FELADATLAP**

1. Oldja meg a következő egyenletrendszert az egész számpárok halmazán:

$$\begin{cases} x + y^2 = 2 \\ x^2 + y^6 = 2. \end{cases}$$

2. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelyben az első három számjegy összege megegyezik a negyedik számjeggyel? Ilyen szám például az 1203.
3. Adott a valós számok halmazán az

$$f(x) = \frac{1}{|x-1| + 2 \cdot |x+3|}$$

hozzárendelési szabállyal értelmezett függvény.

Határozza meg a függvény maximumát. Hol veszi fel a függvény ezt az értéket?

4. Legyenek az A halmaz elemei azok a négyjegyű pozitív egész számok, amelyekre az alábbi két feltétel egyidejűleg teljesül:

- (1) pontosan hat pozitív osztójuk van,
(2) prímosztóik összege 24.

Az A halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott számok szorzata egy pozitív egész szám harmadik hatványa?

5. Jelölje a és b ($a \leq b$) egy derékszögű háromszög befogóit, c az átfogóját. A háromszög oldalaira fennáll az $a^2 + c^2 = 3ab$ összefüggés.

Bizonyítsa be, hogy a háromszög vagy egyenlő szárú, vagy az a oldal hossza mértani közepe az átfogóhoz tartozó magasság és súlyvonal hosszának.

6. Egy n oldalú szabályos sokszög minden csúcsához hozzárendeljük az 1, vagy a -1 számok valamelyikét. Ezt követően minden élre ráírjuk az adott él végpontjaihoz hozzárendelt számok szorzatát. Lehet-e az élekre írt számok összege 999, ha

- a) $n = 2024$,
b) $n = 2023$?

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja

