

OKTATÁSI HIVATAL

**A 2023/2024. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló**

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
FELADATLAP

1. Renáta feljegyezte egy tizenhat élű, hétpontú egyszerű gráf minden pontjának fokszámát, és megállapította, hogy a fokszámok között csak kétféle érték szerepel. Mi lehet ebben a gráfban a pontok fokszáma?

2. Hány olyan k pozitív egész szám van, amelyre az $A = \frac{1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 10!}{k}$ kifejezés értéke négyzetszám?

3. Határozza meg azokat a p és q pozitív prímszámokat, amelyekre

$$\log_2(q-1) + \log_4(q+1) = 1 + 3\log_8 p.$$

4. A Nekerese Iskola n fős tizenegyedik évfolyamából

- a szalagavató bál szervezésére a k tagú S ,
- a gólyatábor szervezésére a $k+1$ tagú G ,
- a ballagás szervezésére a $k+2$ tagú B

csoportot kell kiválasztani úgy, hogy az évfolyam minden tanulója akár több csoport tagja is lehet ($3 \leq k+2 \leq n$). A G csoportot 4-szer annyi féleképpen lehet kialakítani, mint az S csoportot, míg a B csoportot $\frac{38}{3}$ -szor annyi féleképpen lehet kialakítani, mint az S csoportot.

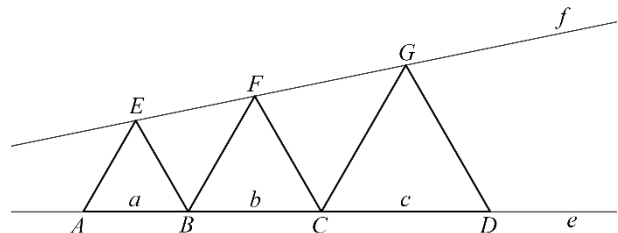
Hányféleképpen választható ki 3 tanuló az n fős évfolyamból?

5. Adott a síkon az e és az f egyenes, valamint az ábrának megfelelően az ABE , BCF , CDG szabályos háromszög ($A, B, C, D \in e$ és $E, F, G \in f$), ahol a háromszögek oldalai rendre a, b és c ($a < b < c$).

a) Igazolja, hogy $b^2 = ac$.

b) Igazolja, hogy az a, b és c oldalakból pontosan akkor szerkeszthető háromszög, ha

$$1 < \frac{c}{a} < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$



Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM

 Nemzeti
Tehetség Program