



Language: Hungarian

2nd Middle European Mathematical Olympiad
Olomouc, Czech Republic

TEAM Competition,

7th September 2008

T-1. feladat

Jelölje \mathbb{R} a valós számok halmazát. Adjuk meg az összes $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, melyre

$$xf(x + xy) = xf(x) + f(x^2)f(y)$$

minden $x, y \in \mathbb{R}$ esetén.

T-2. feladat

Legyen $n \geq 2$ egész. Egy táblára n pozitív egész szám van felírva. Minden lépésben kiválasztunk két számot a táblán lévők közül, és mindkettőt lecseréljük a két szám összegére. Határozzuk meg n összes olyan értékét, amely mellett mindig el tudjuk érni, hogy véges sok lépés után ugyanaz az n szám álljon a táblán.

T-3. feladat

Adott egy ABC hegyesszögű háromszög. Legyen az E pont az AC egyenes B -t nem tartalmazó oldalán, legyen továbbá D az AE szakasz egy belső pontja. Tegyük fel, hogy $ADB \sphericalangle = CDE \sphericalangle$, $BAD \sphericalangle = ECD \sphericalangle$ és $ACB \sphericalangle = EBA \sphericalangle$. Mutassuk meg, hogy B , C és E egy egyenesre esnek.

T-4. feladat

Legyen n egy pozitív egész. Bizonyítsuk be, hogy ha n összes pozitív osztóinak összege 2-hatvány, akkor az osztók száma is 2-hatvány.

Minden feladat 8 pontot ér.

A feladatok nem nehézség, hanem témakör szerint vannak sorba rendezve.

Rendelkezésre álló idő: 5 óra.

Kérdéseket az első 45 percben lehet feltenni.