I–1. Feladat

Határozd meg az összes olyan $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényt, melyre

$$f(x^2 + f(x)f(y)) = xf(x + y)$$

teljesül minden x és y valós számra.

I–2. Feladat

Legyen $n \geqslant 3$ egész szám. Egy szabályos n-szög n csúcsának, n oldalának és a belsejének felcímkézését $2n + 1$ különböző egész számmal *memorábilis*nak nevezzük, ha az alábbi feltételek teljesülnek rá:

(a) Minden oldalra írt szám az oldal végpontjaira írt két szám átlaga.

(b) Az n-szög belsejébe írt szám a csúcsokra írt számok átlaga.

Határozd meg az összes olyan $n \geqslant 3$ egész számot, melyre létezik $2n + 1$ egymást követő egész számból álló memorábilis felcímkézése egy szabályos n-szögnek.

I–3. Feladat

Legyen $ABCDE$ egy konvex ötszög. Legyen P a CE és BD egyenesek metszéspontja. Tegyük fel, hogy $PAD\sphericalangle = ACB\sphericalangle$ és $CAP\sphericalangle = EDA\sphericalangle$. Bizonyítsd be, hogy az ABC és ADE háromszögek körülírt köreinek középpontjain átmenő egyenesre illeszkedik a P pont.

I–4. Feladat

Határozd meg a

$$|2^m - 181^n|$$

kifejezés lehető legkisebb értékét, ahol m és n pozitív egész számok.

A feladatok megoldására 5 óra áll rendelkezésre.
Kérdéseket csak az első 60 percben lehet feltenni.
Minden feladat 8 pontot ér.
A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak.